



DE ONTWIKKELING VAN

Tellen en getalbegrip bij kleuters





De ontwikkeling van tellen en getalbegrip bij kleuters

Inleiding

In deze bijdrage zal worden ingegaan op de ontwikkeling van het tellen en getalbegrip bij kleuters en kinderen in groep 3. Allereerst zal aandacht worden besteed aan het belang van kleuterleren in de brede zin van het woord en kleuterrekenen in het bijzonder. Daarna zal ingegaan worden op de fasen die in de ontwikkeling van het tellen onderscheiden worden. Aan de hand van voorbeelden zullen de fasen in de ontwikkeling van het tellen uitgewerkt worden. Hieraan wordt het begrip *getalbegrip of voorbereidende rekenvaardigheid* gekoppeld. Tot slot zal er kort aandacht worden besteed aan de signalering van vroege rekenproblemen en de ondersteuning aan kleuters met een verminderde voorbereidende rekenvaardigheid.

Kleuterleren

In groep 1 en 2 is spelen het middel om te leren. Een vier- of vijfjarige leert vooral door zelf dingen te ontdekken. De invloed van volwassenen is daarin belangrijk, het zijn zowel de ouders als de leerkracht die het kind 'begeleiden' bij het opdoen van nieuwe ervaringen. De manier waarop kleuters leren wordt gekenmerkt door drie aspecten.

Ten eerste domineert de spelactiviteit. De kleuters spelen eigenlijk het grootste deel van de dag en leren daarvan: ze bouwen bijvoorbeeld iets met materiaal, ze doen fantasie- en rollenspellen, al of niet met allerlei materiaal, of een bewegingsspel. Het spel is nog grotendeels gebaseerd op de eigen interesse, het kind beleeft plezier aan het doen.

Ten tweede wordt het handelen van de kleuter steeds meer doelgericht. Als de kleuter iets doet, gaat het steeds meer om het uiteindelijke resultaat; de manier waarop hij dat doet, is in feite van minder belang. Kleuters kunnen zich over het algemeen nog niet van tevoren oriënteren, evenmin kunnen ze tijdens het handelen in de gaten houden of alles wel efficiënt verloopt en als het resultaat bereikt is, controleert de kleuter dat resultaat niet; af is af en klaar is klaar. Het is duidelijk dat hij nog niet over voldoende kennis beschikt om de informatieverwerking van a tot z goed te laten verlopen. Deze kennis is pas aan het einde van de kleuterperiode bereikt.

Ten derde nemen kleuters de wereld om hen heen waar. Ze vormen zich daar voorstellingen van. Dat wat ze zien, horen, ruiken of voelen, leeft het meest voor hen en hier zijn ze ook veel mee bezig. Dit betekent dat bezigheden die ze zich kunnen voorstellen, zoals spelletjes doen, hun het meest aanspreken. Ze leren daar meer van dan van abstracte begrippen. Kleuters steken meer op als ze zelf bezig zijn, als ze zelf ontdekken hoe iets werkt of er aan toegaat, dan als anderen hun verbaal allerlei vaardigheden 'leren'. Daarom moet het kleuteronderwijs uit veel spelactiviteiten bestaan. Een kleuter leert, in vergelijking met oudere kinderen, onnoemelijk veel door zelfstandig allerlei activiteiten te ondernemen; door te kijken naar de omgeving en veranderingen daarin in zich op te nemen en door met anderen (kinderen en volwassenen) te spelen en te praten.

Kleuterrekenen

Voordat kinderen naar groep 1 van het basisonderwijs gaan, doen ze al veel ervaring op met getallen en hoeveelheden. Denk bijvoorbeeld aan spelletjes (zoals bordspelletjes - gebaseerd op - ganzenbord en mens erger je niet, of domino), aan gesprekken en vragen tijdens het eten (bijvoorbeeld: hoeveel



vorken en messen moeten er op tafel liggen?) en aan allerlei scènes in televisieprogramma's als Sesamstraat. Het opdoen van ervaringen in de dagelijkse praktijk wordt ook wel 'incidenteel leren' genoemd. Dit incidenteel leren leidt tot informele kennis: kennis die zonder doelbewust onderwijs tot stand is gekomen. Wanneer kinderen in aanraking komen met min of meer gericht rekenwiskunde-onderwijs, is er sprake van 'intentioneel leren' en daarom van formele kennis. Dit is min of meer het geval wanneer kinderen in groep 1 en in het bijzonder in groep 2 worden onderwezen.

Voordat kinderen naar groep 3 gaan, waar de situatie veel sterker dan in het kleuteronderwijs gericht is op intentioneel leren, moet de 6-jarige al over de nodige voorwaardelijke rekenkennis beschikken. Hij moet bijvoorbeeld op de hoogte zijn van hoeveelheidsbegrip, zoals veel - weinig, meer - minder - evenveel, evenveel, groot - klein, en deze kennis kunnen toepassen bij de ordening van concrete materialen of zelfs bij op papier gerepresenteerde objecten. De kleuter zal ook moeten begrijpen dat wanneer hij bijvoorbeeld vijf blokjes uit elkaar schuift, er dan nog steeds vijf blokjes liggen (conservatie), hij zal twee kleine hoeveelheden verschillende objecten moeten kunnen vergelijken en daarbij het eventuele verschil (meer of minder) in aantal moeten kunnen aangeven (correspondentie), hij zal voorwerpen of afbeeldingen moeten kunnen indelen op essentiële kenmerken (classificatie) en hij zal een rangorde moeten kunnen aanbrengen van groot naar klein of van veel naar weinig (seriatie). Ook zal de leerling het tellen tot ongeveer 15 moeten beheersen. Van de kleuter wordt in de loop van het tweede kleuterjaar verwacht dat hij de telwoorden kan gebruiken bij vooruit tellen, terugtellen en verder tellen (vanaf een bepaald punt: "Hier is zes, tel eens verder"). Daarenboven moet hij synchroon en verkort kunnen tellen, en resultaatief kunnen tellen. Dit laatste is het tellen van gestructureerde en ongestructureerde hoeveelheden evenals het tellen van bedekte (vlak daarvoor gepresenteerde) hoeveelheden.

Op de voorwaardelijke rekenkennis, waarvan verwacht wordt dat een kleuter hierover beschikt bij de overgang naar groep 3, zal in deze bijdrage dieper worden ingegaan. Kennis over de voorwaarden is van belang om een kleuter hulp te kunnen bieden, wanneer de ontwikkeling op het gebied van tellen en rekenen dreigt te stagneren.

Kleuters en getallen

Jonge kinderen maken zich tot de leeftijd van ongeveer 7 jaar verschillende rekengerelateerde vaardigheden eigen. Als deze vaardigheden zich goed ontwikkelen, komen de meeste kinderen tot een voldoende niveau van voorbereidende rekenvaardigheid, dat hen van pas komt bij het verdere rekenen: in eerste instantie bij het omgaan met getallen in alle mogelijke situaties op kleuterniveau en vervolgens in het daadwerkelijke rekenen, zoals optellen, aftrekken en het met begrip oplossen van 'talige' problemen in rekencontexten. Voorbereidende rekenvaardigheid wordt ook wel *getalbegrip* of *ontluikende gecijferdheid* genoemd. Goed getalbegrip houdt in dat kinderen zich ervan bewust zijn dat een getal meerdere betekenissen of functies kan hebben. Aan een getal kunnen de volgende aspecten onderscheiden worden: *kardinaal* aspect (het getal als aanduiding van aantal: een bouwsel van zeven blokken), het *ordinaal* aspect (telgetal: de vierde knikker), het *meet*aspect (meetgetal: deze strook is vier staafjes lang), het *reke*aspect (rekengetal: twee erbij twee is evenveel als vier) en het *coderings*aspect (het getal als naam of label: huisnummer 4).

Al ruim voor de start van het formele rekenwiskundeonderwijs is er sprake van getalbegrip, voorbereidende rekenvaardigheid of getalgevoeligheid. Getalgevoeligheid speelt overigens niet alleen bij jonge kinderen een rol. Sommige volwassenen valt het als bijzonder op wanneer in de krant staat dat op Monumentendag de 164 meter hoge toren van Kampen beklommen kan worden. Anderen lezen er overheen, ook al is de hoogste toren van Nederland (de Dom in Utrecht) 112 meter hoog.



Getalgevoeligheid zegt bij volwassenen dus ook iets over bijvoorbeeld het zonder moeite kunnen omgaan met getallen of het snel in guldens kunnen schatten van de prijs van een fles wijn die 3,95 euro kost. Getalgevoeligheid en getalbegrip spelen zich af op een in principe onbegrensd en telkens uitbreidbaar continuüm van complexiteit.

Representatie van getallen in de hersenen

We gaan hier kort in op de manier waarop kinderen getallen en hoeveelheden representeren in de hersenen. De meest frequent gebruikte indeling is het 'triple code model'. Hierin worden drie manieren, ook wel codes genoemd, onderscheiden waarin een getal gerepresenteerd wordt. Als eerste is er de analoge 'magnitude' code (getalbegrip). Dit is het besef van aantallen op een mentale getallenlijn, met daarbij kennis van wat nabijgelegen getallen zijn (zes is vlakbij en voor de zeven) en het kunnen vergelijken van aantallen (vijf is minder dan zes). Als tweede is er de auditief verbale code: het kennen van het woord dat bij een aantal hoort (□□□□ is hetzelfde als 'vier') en daaraan gerelateerd ook het kennen van de telrij. Als derde is er de visuele code: bij ons het Arabische numerieke systeem zoals wij de cijfers schrijven (zes wordt geschreven als '6'). De drie manieren zijn onderling aan elkaar gerelateerd, maar wel zijn er verschillende hersengebieden actief bij de uitvoering ervan.

In het navolgende zal eerst in worden gegaan op de getalgevoeligheid bij jonge kinderen tot ongeveer 4 jaar. Daarna volgt een beschrijving van de traditionele voorbereidende rekenvaardigheden en de ontwikkeling van het tellen. Tot slot wordt de actuele omschrijving van wat voorbereidende rekenvaardigheid is nader ingevuld en worden verschillende deelvaardigheden onderscheiden.

Getalgevoeligheid bij (zeer) jonge kinderen

Baby's zijn onbewust in staat tot het onderscheiden van verschillende kleine hoeveelheden. Kinderen van 4 maanden oud kijken langer naar een klein aantal voorwerpen wanneer dit aantal plots afwijkt van eerdere ervaringen, bijvoorbeeld als er op een dia plots niet meer twee poppetjes worden aangeboden, maar drie. Er is tussen onderzoekers discussie over de vraag of deze kinderen al tellen of dat baby's verschillende objecten in verschillende bestanden opslaan en daardoor bij wisseling meer tijd nodig hebben. Hoe dan ook, dit soort onderzoek laat zien dat zelfs baby's al in staat zijn verschillen in kleine hoeveelheden objecten waar te nemen.

Peuters zijn zich al meer bewust van hoeveelheden en hebben zelfs al een notie van het benoemen van aantallen voorwerpen. Het gaat ook dan nog niet om een volledig begrip van getallen, maar om een eerste aanzet van iets wat zich verder 'als bij toeval' ontwikkelt door ervaringen en, vanaf ongeveer vierjarige leeftijd, door intentioneel onderwijs. Het volgende voorbeeld laat zien dat een peuter in staat is om kleine hoeveelheden waar te nemen, zonder dat hij echt in staat is te tellen. Hij is zich wel bewust van het feit dat een naamgetal gekoppeld kan worden aan een concrete hoeveelheid.

Mark, bijna drie jaar, zit aan tafel om te gaan eten. Door tijdgebrek wordt het een kant-en-klare maaltijd uit een potje. Zijn moeder laat hem kiezen: macaroni of boontjes. Mark kijkt even naar de potjes op tafel en roept dan triomfantelijk: twee!

Hoewel Mark zijn voorkeur in het midden laat, benoemt hij wel het aantal potjes en demonstreert hij al op jonge leeftijd een besef van betekenis van hoeveelheidsaanduiding. Het vermogen om in één oogopslag een kleine hoeveelheid voorwerpen, tot een aantal van vier, juist te herkennen en te benoemen, zonder expliciet te hoeven tellen, wordt *subiteren* genoemd en betekent: direct, onmiddellijk.



Een kleuter is zich aan het einde van groep 2 van zes rekeneigenschappen bewust, wanneer hij bijvoorbeeld de vingers van één hand telt en tot 'vijf' komt:

1. Ten eerste weet het kind dat een getal verwijst naar een verzameling als geheel. Een getal slaat niet alleen op het laatst getelde voorwerp, maar op alle voorwerpen van de getelde verzameling samen. 'Vijf' slaat op alle vingers en niet alleen op de laatst getelde.
2. De kleuter weet ook dat de volgorde van het tellen geen invloed heeft op de hoeveelheid. Om een hoeveelheid te bepalen is het niet noodzakelijk om bijvoorbeeld van links naar rechts te tellen, het kan en mag ook van rechts naar links.
3. Ten derde is het kind zich ervan bewust dat de voorwerpen die geteld worden niet identiek hoeven te zijn. Vijf vingers kunnen bij elkaar geteld worden, maar dat geldt ook voor een peer, een appel, een banaan, een kers en een mandarijn (vijf stuks fruit).
4. Bovendien maakt het niet uit of de voorwerpen in een rij liggen of willekeurig door elkaar. De fysieke plaats is irrelevant voor het te bepalen aantal voorwerpen.
5. Ten vijfde weet de kleuter dat getallen betrekking hebben op de absolute hoeveelheid. Vijf vingers zijn er evenveel als vijf olifanten. Ondanks grote fysieke verschillen is de hoeveelheid gelijk.
6. Tot slot weet het kind dat een telgetal een eigen plaats in de getallenrij heeft. Eén voorwerp minder betekent ook dat in de getallenrij een positie minder lang wordt.

De traditionele rekenvoorwaarden

Gemiddeld genomen komt vanaf 4 jaar de voorbereidende rekenvaardigheid tot ontwikkeling en bereiden kleuters zich voor op het aanvankelijk rekenen zoals dat vanaf groep 3 wordt aangeboden. Een goede voorbereidende rekenvaardigheid vergemakkelijkt de overgang van groep 2 naar het meer formele rekenonderwijs in groep 3. Er zijn daarin verschillende deelvaardigheden te onderscheiden: de meer traditionele ('piagetiaanse') rekenvoorwaarden en de telvaardigheden.

De meer traditionele rekenvoorwaarden zijn gebaseerd op de vier traditionele voorwaarden, zoals die in de jaren zestig door Piaget zijn vorm gegeven. Dit zijn de kenmerken van het logisch leren denken, zoals dat doorgaans bij kleuters als vanzelfsprekend met het ouder worden tot ontwikkeling komt. De vier traditionele voorwaarden voor het logisch leren denken zijn: conserveren, corresponderen, classificeren en seriëren.

- **Conserveren.** Dit is het overwinnen van de directe waarneming en 'omkeerbaar' kunnen denken. Kunnen conserveren betekent het 'logisch' doorzien van misleiding in de waarneming, kunnen afzien van niet-relevante kenmerken en van hoe iets er op het eerste gezicht uitziet. Een voorbeeld van conservatie is de gelijkblijvende hoeveelheid limonade die afwisselend in een smal, hoog glas wordt gegoten en daarna in een laag, breed glas. In het smalle, hoge glas lijkt er meer te zijn (het niveau staat immers hoger). Jonge kleuters twijfelen doorgaans dan ook geen moment op de vraag in welk glas de meeste limonade zit. Zelfs niet na het zichtbaar teruggieten van het ene in het andere glas. Oudere kleuters, die inmiddels kunnen conserveren, begrijpen dat een verandering in verschijningsvorm weer ongedaan kan worden gemaakt en kunnen zich ook voorstellen, dus zonder het te hoeven zien, wat er gebeurt als je water overgiet van het ene qua vorm verschillende glas in het andere.
- **Correspondentie** (ook wel aangeduid als: paarsgewijze correspondentie of paarsgewijze overeenstemming). Deze staat niet helemaal los van conservatie van aantal. Wanneer we van twee even lange rijen van vijf muntjes in één rij de muntjes uit elkaar schuiven en van het kind willen weten of het er nu nog steeds evenveel zijn, dan is de paarsgewijze overeenstemming (concreet in de



voorstelling of tellend) voor het kind een controle. De ene rij is langer, maar heeft toch niet meer muntjes. Dankzij het principe van de paarsgewijze correspondentie zijn hoeveelheidvergelijkingen heel precies uit te voeren. Kinderen gebruiken de paarsgewijze overeenstemming al voordat ze kunnen tellen, bijvoorbeeld bij het tafeldekken.

Bij elke stoel komt één bord, één mes, één vork, één kopje, één schotel, één lepeltje en één servet. Bij elk voorwerp hoort een ander voorwerp en het aantal van elke verzameling wordt zo gelijk. Door telkens bij elke zitplaats een voorwerp neer te leggen, ziet een kind ook of hij tekort komt of overhoudt, zonder wellicht met een aantalaanduiding aan te kunnen geven hoeveel er te kort is.

- **Classificatie.** Rekenen is meer dan het vaststellen van hoeveelheden. Van belang is ook de ordening of herordening van een realiteit die in principe is te kwantificeren en toelaat om er (logische) operaties op uit te voeren dan wel uit af te leiden. Wanneer iemand zes handdoeken heeft en er maar vier in de kast ziet liggen, weet hij dat er twee in gebruik zijn. Het volstaat dus niet om de inhoud van de kast na te tellen om te bepalen hoeveel handdoeken er in totaal zijn. Van belang is het inzicht dat de handdoeken in de kast een deel vormen van alle handdoeken die er zijn. De deelverzameling die 'in gebruik' is en de deelverzameling 'in de kast' vormen samen de klasse 'alle handdoeken'. Het kunnen omgaan met de logische aspecten van de ordening in (deel)verzamelingen is essentieel in het leren denken en fundamenteel voor het begrip van wat een getal is. In het kwantificeren met getallen (*abstraheren*) wordt afgezien van de concrete eigenschappen van de voorwerpen die geordend worden. Het is onbelangrijk wat de kleur van de handdoeken is of hoe groot ze zijn. In het kardinaal getal komt ook niet meer tot uitdrukking welke in de kast liggen en welke niet. Het enige dat nog telt, is de kwantitatieve ordening met de daarin besloten logische relaties. Voordat een kind zo ver is dat hij weet dat *zes* niet alleen verwijst naar een hoeveelheid van zes objecten, maar ook kan worden opgevat als het resultaat van allerlei verschillende ordenende handelingen (niet alleen met vier en twee, maar ook met één en vijf, of drie en drie voorwerpen), zal hij moeten leren ordenen en inzicht moeten verwerven in de logische relaties. Classificerend denken wordt daarom gezien als een belangrijke voorwaarde voor het ontstaan van getalbegrip en daarmee voor het latere rekenen.

- **Seriatie** (rangordenen). In de realiteit kunnen allerlei rangordes aangebracht worden, bijvoorbeeld: van klein naar groot, van zwaar naar licht, van snel naar langzaam, van eerder naar later, van minder naar meer. Aan de rangordepositie van de afzonderlijke voorwerpen of gebeurtenissen is ook een getalnaam te geven ('dit is de eerste, dat de tweede' et cetera). Een rangordegetal verwijst alleen nog naar de positie van elk element ten opzichte van de andere elementen in de getallenrij, niet meer naar andere eigenschappen. Inzicht in ordeningsprincipes (opeenvolging of seriatie) wordt als een voorwaarde beschouwd voor het begrijpen van relaties in de getallenrij, zoals: 5 ligt tussen 4 en 6, 3 is meer dan 2 en 1. Seriatie kan worden omschreven als: het vermogen om objecten in een groter of kleiner wordende reeks (serie) te rangschikken volgens het aspect waarop deze objecten onderling verschillen. Volgorderelaties zijn onderworpen aan logische principes. Bijvoorbeeld: als A voor B komt, en B voor C, dan komt A ook voor C. De relatie tussen A en B, en tussen B en C geeft ook de relaties aan tussen A en C. Het gaat hier in feite om *transitiviteit* (overdraagbaarheid) van relaties: als $4 < 5$ en $5 < 6$, dan geldt ook: $4 < 6$. Kinderen die dit type logische gevolgtrekkingen niet doorzien, kunnen misschien wel de getallenrij reproduceren, maar zullen het belang van de volgorde van getallen niet goed begrijpen.

Aangezien het logisch denken ook het kwantificeren van logische relaties mogelijk maakt, wordt het verwerven van bovengenoemde traditionele voorwaarden (conserveren, corresponderen, classificeren en seriëren) over het algemeen opgevat als kenmerk van een voldoende mentale mogelijkheid om zonder al te veel problemen met het aanvankelijk rekenen in groep 3 te kunnen beginnen. Deze ontwikkeling van het denken gaat samen ofwel loopt parallel met de meer aan rekenen gerelateerde vaardigheden voor het ontstaan van getalbegrip.



De hiervoor beschreven traditionele voorwaarden zijn dus van belang voor de ontwikkeling van het logisch leren denken, maar ze zijn op zich niet per se noodzakelijk als voorwaarde voor het ontstaan van getalbegrip. Volgens de handelingsleerpsychologische opvattingen - en als reactie op het gedachtegoed van Piaget - is goed getalbegrip vooral afhankelijk van inzicht in het begrip 'eenheid' als een relationeel begrip: een gekozen maat in relatie tot de te meten hoeveelheid (maatbegrip). Het getal zes geeft bijvoorbeeld aan hoe vaak een gekozen maateenheid, zoals: een paar schoenen, of een stuk touw, zich verhoudt tot wat gemeten moet worden, bijvoorbeeld: een zak vol schoenen, of de lengte van de tafel. Een grote maateenheid (een lang touw) leidt bijvoorbeeld bij het opmeten van de lengte van een boekenplank tot een kleiner getal dan een kleine maateenheid (een kort touwtje). Getallen zijn dus relatief en een eenheid kan weer samengesteld zijn uit meerdere eenheden, zoals een dozijn óók twaalf is. Aan het meten als didactisch principe worden drie aspecten onderscheiden: de hoeveelheid (*wat* wordt gemeten?), de maat (*waarmee* wordt gemeten?) en het aantal meethandelingen (*hoe vaak* wordt gemeten?). Pas wanneer kinderen in staat zijn met deze drie elementen van meten om te gaan en ze te coördineren is volgens de handelingsleerpsychologische visie sprake van getalbegrip. Het volgende voorbeeld geeft aan hoe een kleuter hier moeite mee kan hebben.

Krista, een meisje van bijna 5 jaar oud, moet een dropveter verdelen over drie kinderen. De strategie die ze daarbij hanteert, is de dropveter verdelen in drie willekeurige stukjes en ieder kind een stukje geven zonder daarbij op de lengte van de stukjes drop te letten. Wanneer Krista er op attent wordt gemaakt dat één jongetje minder drop heeft dan de andere twee, pakt ze zijn stukje drop en deelt dat in tweeën.

De redenering van Krista is kennelijk dat het toenemen van het aantal stukjes dropveter (hij heeft er nu twee!) het tekort aan lengte opheft. Veelal op een leeftijd van ongeveer 6 jaar gaan kinderen spontaan een meetinstrument, bijvoorbeeld een gummetje of een liniaal, gebruiken om gelijke lengtes af te meten om zo eerlijk mogelijk een object als een dropveter te verdelen.

Na de aandacht voor maatbegrip en meten is in de afgelopen 20 jaren de nadruk in theorievorming en onderzoek meer en meer verschoven naar het tellen als belangrijke voorwaarde voor getalbegrip en rekenen. In het leren tellen zijn verschillende opvolgende fasen te onderscheiden.

De ontwikkeling van het tellen

Kinderen vertonen hun eerste bewuste besef van hoeveelheden op de leeftijd van ongeveer 2 jaar. Dit besef heeft nog weinig te maken met het tellend bepalen van een hoeveelheid, maar is eerder op te vatten als het herkennen van een 'hoeveelheidbeeld'. Kinderen begrijpen dat verschillende telwoorden verschillende hoeveelheden aangeven, maar kunnen nog niet de juiste koppeling maken tussen een hoeveelheid en het bijpassende telwoord.

Vanuit verschillende theoretische perspectieven is veel empirisch onderzoek gedaan naar tellen, in het bijzonder naar de ontwikkeling ervan. Bovendien zijn praktijkervaringen met het tellen van jonge kinderen en resultaten van ontwikkelingsonderzoek in de literatuur beschreven. Voor de meeste vakdidactici wordt getalbegrip voor een belangrijk deel bepaald door de vaardigheid in tellen. Er bestaat daarbij consensus over de opeenvolgende fasen in het leren tellen. Hieronder zal in zes fasen de ontwikkeling beschreven worden.



- *Fase 1*

Het hiervoor genoemde *herkennen van een hoeveelheidbeeld*, als eerste fase in de telontwikkeling en gevolgd door *subiteren*, is een primaire rekenvaardigheid die vaak kleine hoeveelheden betreft.

Inge (2;4 jaar) helpt met het pellen van tuinbonen. Het is een lastig karwei en meestal komt ze niet verder dan één of twee bonen per peul. Op een bepaald moment heeft ze meer succes. 'Drie... drie...!' roept ze, wijzend naar de twee bonen in haar hand. Inge begrijpt dat een hoeveelheid met een telwoord benoemd kan worden. Een jaar later weet Inge zonder merkbaar te tellen ineens de hoeveelheden 'twee' en 'drie' wel direct en passend bij de daadwerkelijke hoeveelheden - twee en drie - te benoemen.

- *Fase 2*

Een tweede fase in de telontwikkeling is het *akoestisch tellen*. Op ongeveer driejarige leeftijd beginnen kinderen met het opzeggen van veelal willekeurige getallenrijen (bijvoorbeeld: drie, vier, vijf, acht, drie, één, vier, vijf, twee, et cetera) zonder dat ze zich bewust zijn van de betekenis van de getallen. Vaak doen ze dit imiterend of naar analogie van een liedje of versje waarin getallen voorkomen. Twee belangrijke aspecten kenmerken deze fase: de juiste volgorde van de telrij wordt nog niet aangehouden en het tellen wordt niet altijd begonnen met het getal één.

Birgit (3;2 jaar) kan wel tien minuten achter elkaar met tellen bezig zijn. Het is een soort spel op zich, waar zij een heel eind mee is gevorderd. Toch is de precieze volgorde moeilijk: één, twee, drie, vier, zes, zeven, acht, tien, elf, één, twee, drie, vier, vijf, zes, zeven, tien, elf... Voor Birgit eindigt de telrij ergens bij elf. Zij weet al vrij veel telwoorden te gebruiken en de volgorde die ze gebruikt is niet eens onaardig.

- *Fase 3*

In de derde fase van de telontwikkeling is voor het eerst sprake van daadwerkelijk tellen. Vanaf ongeveer de leeftijd van 4 jaar gaan kinderen voorwerpen tellen. Wanneer echter bepaalde vaardigheden, zoals het aanwijzen van (kleine) voorwerpen, nog niet voldoende geautomatiseerd zijn, verlopen denken en handelen niet simultaan. Ze wijzen vaak meerdere voorwerpen aan of slaan een voorwerp over. Er is dan sprake van *asynchroon tellen*. Dit is niet zozeer een motorisch probleem, maar meer een 'labelingsprobleem': het kind weet nog niet dat bij één object één telwoord hoort (en telt soms voor elke lettergreep één object, bijvoorbeeld twee objecten bij "ze" - "ven"). Wanneer kinderen in staat zijn tot het gelijktijdig tellen en aanwijzen van objecten, dan is er sprake van *synchroon tellen*.

Daan (4;1 jaar) heeft van acht blokken een toren gebouwd. De leerkracht komt bij hem kijken en vraagt hoeveel blokken het zijn. Daan begint te tellen, maar houdt geen gelijke tred met het aanwijzen van de blokken. 'Zes', is zijn conclusie. Daan benoemt de telrij tot en met zes goed, maar heeft bij het tellen tweemaal een blok overgeslagen. Opvallend is dat hij door heeft dat het laatstgenoemde telwoord de hoeveelheid blokken aangeeft, dat is niet vanzelfsprekend op deze leeftijd.



- *Fase 4*

Een volgende fase is het *ordenen van de voorwerpen* tijdens het tellen. Een voorwerp wegschuiven, nadat het bijbehorende getal is genoemd, is een vorm van ordenen, evenals het aanwijzen van de te tellen voorwerpen. Dit wordt structurerend tellen genoemd. Structurerend tellen wordt ook gezien als een vorm van handig tellen, waarbij bijvoorbeeld per twee tegelijk geteld wordt (twee, vier, zes, acht, ... of één, drie, vijf, zeven, ...). Door geordend tellen, vanaf ongeveer 4½ jarige leeftijd, worden vergissingen, zoals het meerdere keren tellen van één voorwerp, voorkomen. Geordend tellen kan gezien worden als een strategie van synchroniseren.

Agnes (4;6 jaar) is knikkers aan het tellen. De eerste keer komt ze op zes knikkers. Ze twijfelt en telt ze nog een keer, maar nu pakt ze de knikkers één voor één vast en schuift ze al tellend weg. Als haar moeder vraagt hoeveel knikkers ze heeft, weet ze dat het er zes zijn. Bij Agnes vallen twee dingen op. Ten eerste dat ze al goed synchroon telt en ten tweede dat ze al in staat is tot zelfcontrole. Ze is niet helemaal zeker van haar eerste oplossing en gebruikt voor hetzelfde probleem de tweede keer een adequatere strategie (geordend tellen).

- *Fase 5*

Vanaf ongeveer 5 jaar komen kinderen in een fase van het tellen die vaak wordt aangeduid als de belangrijkste fase: *resultatief tellen*. Wanneer kinderen tot resultatief tellen in staat zijn, dan weten ze dat het tellen met '1' moet beginnen. Zij weten dan ook dat alle voorwerpen slechts eenmaal geteld mogen worden en dat het laatstgenoemde telwoord de totale hoeveelheid te tellen voorwerpen aangeeft. Bovendien zijn de kinderen zich ervan bewust dat de getallen serieel geordend zijn en dat opeenvolgende getallen steeds grotere hoeveelheden aangeven. Dit wordt elementair getalbegrip genoemd. Het getalbegrip is echter complexer dan resultatief tellen alleen. Getalbegrip blijft zich ontwikkelen ook na de kleuterleeftijd.

Said (4;11 jaar) speelt met zijn autootjes. Hij maakt een lange rij. Zijn moeder vraagt hoeveel auto's er in de rij staan. Said begint te tellen, wijst alle auto's eenmaal aan en komt op negen uit: Het zijn negen autootjes! Als moeder vraagt welke de voorste is, wijst hij de rode auto aan. Als ze daarna vraagt naar de middelste dan wijst hij onmiddellijk de juiste (een witte) aan. Said is zich goed bewust van de opbouw van de telrij. Alle negen auto's maken deel uit van een geheel. Said weet dat de witte auto net zo goed vooraan had kunnen staan en dat de rij, hoe hij die ook verandert, steeds uit negen auto's bestaat.

- *Fase 6*

Naarmate kinderen, binnen en buiten het onderwijs, meer ervaringen opdoen met het tellen, komen ze tot het besef dat er kortere (meer adequate) manieren zijn om hoeveelheden te bepalen: de fase van het *resultatief verkort tellen*. De kinderen herkennen in een hoeveelheid voorwerpen een aantal van bijvoorbeeld vijf en tellen van daaruit verder. Anders gezegd: kinderen hebben op die leeftijd over het algemeen een duidelijk beeld van de getallenrij, zij weten hoe getallen aan elkaar gerelateerd zijn en kunnen deelgeheel relaties leggen. Kinderen van 5½ à 6 jaar zijn in staat om het resultatief verkort tellen toe te passen in telsituaties met materiaal.



Chris (5;4 jaar) legt zeven munten op tafel. De leerkracht vraagt hoeveel het er zijn. Chris is even stil en zegt: "zeven". Hij herkent en benoemt een oeverheid van vijf zonder expliciet tellen en telt vandaar voor zichzelf verder: zes, zeven. Chris weet dat een geheel is opgebouwd uit delen en maakt in feite gebruik van een beeld van vijf. Chris gebruikt de ordening die hij herkent en telt vanaf daar verder. In feite betreft het hier een oplossing die voorafgaat aan een geautomatiseerde oplossing (zonder voorwerpen vlot weten hoeveel vijf erbij twee is).

De voorbereidende rekenvaardigheden (zoals: beheersing van relevante taalbegrippen, meten en maatbegrip, vergelijken en corresponderen, op verschillende manieren ordenen) hangen onderling samen en lijken voor een belangrijk deel terug te voeren op telvaardigheden. Tellen speelt dus ook een belangrijke rol bij de ontwikkeling van de aan 'piagetiaanse' rekenvoorwaarden gerelateerde kennis, zonder dat ze wederzijds volledig van elkaar afhankelijk zijn. Het vergelijken van hoeveelheden (correspondentie) is mogelijk zonder tellen, maar ook meten kan zonder tellen. Er lijkt dus voor een belangrijk deel sprake van een gelijktijdige ontwikkeling van het tellen en de overige rekenvoorwaarden vanaf een leeftijd van ongeveer 3 jaar.

Wetenschappelijk onderzoek naar voorbereidende rekenvaardigheid

Op basis van vakpublicaties en wetenschappelijk onderzoek zijn negen componenten, of aspecten, van voorbereidende rekenvaardigheid te onderscheiden. Deze negen componenten tezamen behoren allen tot één factor: 'getalbegrip op kleuterniveau'. In deze negen componenten zijn de rekengerelateerde aspecten van de 'piagetiaanse' voorwaarden als het ware geïntegreerd.

- **Vergelijken.** Het vergelijken van objecten op kwalitatieve of kwantitatieve kenmerken. Met deze component wordt bedoeld dat kinderen de begrippen beheersen die in vergelijkingen, ook binnen het rekenonderwijs, veel voorkomen. Het gaat om begrippen zoals: het meeste, het minste, hoger en lager.
- **Hoeveelheden koppelen.** Het groeperen van objecten in een klasse of subklasse aan de hand van bepaalde criteria. Als kinderen deze component beheersen dan kunnen ze op basis van overeenkomsten of verschillen onderscheid maken tussen hoeveelheden voorwerpen en deze groeperen.
- **Eén-één correspondentie.** Het vergelijken van hoeveelheden door het toepassen van de één-één-relatie. Kinderen die deze component beheersen zijn in staat om één-één-relaties te leggen tussen verschillende gegevens. Bijvoorbeeld: weten bij twee rijen met verschillende objecten (een rij met kippen en een rij met eieren) dat er wel/niet evenveel kippen als eieren zijn. Tevens begrijpen kinderen dan dat zes pionnen qua hoeveelheid evenveel is als zes stippen op een dobbelsteen.
- **Ordenen.** Het rangordenen van objecten aan de hand van bepaalde criteria. Kinderen die kunnen ordenen zijn in staat zijn te bepalen of voorwerpen of getallen al dan niet in een goede rangorde staan. Het gaat om ordeningen van hoog naar laag, van meer naar minder, van dun naar dik, van smal naar breed et cetera. Daarnaast kunnen kinderen zelf logische verbanden leggen. Een voorbeeld hiervan is een werkblad met verschillende maten konijnen en wortels. Ze kunnen dan lijnen (streepjes) trekken van een groot konijn naar een grote wortel en van een klein konijn naar een kleine wortel.



- **Telwoorden gebruiken.** Het vooruit tellen, terugtellen en verder tellen alsmede het gebruiken van het kardinale en ordinale getal. Dit betekent dat kinderen akoestisch kunnen tellen en dat ze de kardinale en ordinale getallen tot twintig kennen.
- **Synchroon en verkort tellen.** Het synchroon tellen en het verkort tellen vanuit de dobbelsteenstructuur. Kinderen die deze vaardigheid beheersen kunnen met gebruikmaking van materiaal (o.a. pionnen) hoeveelheden synchroon tellen al dan niet tijdens het tellen het materiaal met hun vinger aanwijzend. Ook zijn ze in staat dobbelsteenstructuren direct te herkennen.
- **Resultatief tellen.** Het tellen van gestructureerde en ongestructureerde hoeveelheden alsmede het tellen van bedekte hoeveelheden. Dit betekent dat kinderen de totale hoeveelheid kunnen bepalen van zowel gestructureerde als ongestructureerde verzamelingen, waarbij ze tijdens het tellen hun vingers niet meer mogen gebruiken om de voorwerpen in de verzameling aan te wijzen.
- **Toepassen van kennis van getallen.** Het kunnen toepassen van de kennis van het getallensysteem in eenvoudige probleemsituaties. Dit houdt in dat kinderen getallen onder de twintig in eenvoudige alledaagse probleemsituaties kunnen gebruiken.
- **Schatten.** Kinderen kunnen op getallenlijnen die lopen van 0 tot 10 en van 0 tot 20 met redelijke nauwkeurigheid de positie van getallen bepalen. Kinderen kunnen betekenis geven aan de grootte van getallen op een getallenlijn.

Deze negen componenten lijken op basis van internationale literatuur een goede operationalisatie zijn van het begrip 'voorbereidende rekenvaardigheid'. De 'piagetiaanse' voorwaarden zijn niet zozeer voorwaardelijk voor de telvaardigheden, maar ze zijn er wel min of meer aan gerelateerd en vormen gezamenlijk de voorbereidende rekenvaardigheid. Deze kan als één cognitieve structuur worden beschouwd die het gehele domein bestrijkt van het 'vroeg' dan wel voorbereidende rekenen met daarbinnen de ontwikkeling van verschillende en elkaar beïnvloedende deelvaardigheden en kennis. Een training van het tellen bij vierjarige kinderen leidt niet alleen tot betere resultaten dan een training in seriatie en classificatie, maar heeft bovendien een gunstig effect op seriatie- en classificatietaken. Het kunnen oplossen van 'piagetiaanse voorwaarden' wordt niet per definitie gezien als nodig voor succes bij rekentaken, maar er wordt wel een matig verband gevonden tussen het goed kunnen oplossen van taken die aan deze voorwaarden zijn gerelateerd en latere rekenvaardigheid.

Telvaardigheden vormen voor de ontwikkeling van getalbegrip een aanvulling op de 'piagetiaanse' voorwaarden en zijn voor het leren rekenen zelf belangrijk. Verder wijzen verschillende onderzoeken op een verband tussen zwakke voorbereidende rekenvaardigheid en zwakke rekenvaardigheid vanaf groep 3. De keuze om de oorspronkelijke 'piagetiaanse voorwaarden' te transformeren tot telvaardigheden met een 'piagetiaanse' achtergrond, lijkt hiermee gerechtvaardigd. Deze transitie is met de genoemde negen componenten gerealiseerd.

Kindafhankelijke factoren

Getalbegrip en de ontwikkeling van tellen zijn processen die samenhangen met andere factoren in de ontwikkeling van het leren bij kinderen. Recentelijk is veel aandacht besteed aan cognitieve factoren zoals de werking van het geheugen. Kinderen die moeite hebben met het onthouden van informatie hebben vaak ook meer moeite met het leren van de telrij. Ook andere verschillende complexe vaardigheden die nodig zijn voor een doelgerichte uitvoering van taken, zoals 'inhibitie' (dominante reacties weten te onderdrukken, bijvoorbeeld: een kleuter ziet het cijfer 4 groot afgedrukt en het cijfer 8 klein en krijgt de vraag "welk getal is groter" dan moet hij de dominante reactie '4' kunnen



onderdrukken ten gunste van '8'), 'shifting' (tussen verschillende oplossingsmogelijkheden of strategieën kunnen variëren) en 'updating' (voor de opslag van tijdelijke gegevens en het herzien van deze informatie als nieuwe gegevens of informatie dit vereist), blijken een belangrijke rol te spelen in de ontwikkeling van getalbegrip en daarmee het tellen.

Naast cognitieve factoren worden ook omgevingsfactoren van belang geacht, zoals de hoeveelheid informele kennisoverdracht die kinderen thuis krijgen. De interactie met ouders, maar ook met broertjes, zusjes en vriendjes speelt een rol. Jonge kinderen zijn thuis gemiddeld minstens één keer per dag betrokken bij activiteiten waarin cijfers of hoeveelheden een rol spelen, zoals het samen tellen van bestek en het opzeggen of zingen van rijmpjes of versjes met getallen. Uit onderzoek blijkt dat er gemiddeld genomen in een middenklasse gezin meer instructie is over getallen en concepten, die gerelateerd zijn aan hoeveelheden, dan in gezinnen uit lagere sociale klassen. De opvoedingsomgeving blijkt alleen al daarom een niet onbelangrijke rol te spelen in het optimaal benutten van het genetisch potentieel.

Signaleren van voorbereidende rekenachterstand bij kleuters

Een vroegtijdige onderkenning van mogelijke rekenproblemen vraagt om systematische signalering en toetsing, ook in de kleuterleeftijd. De in het voorgaande beschreven voorbereidende rekenvaardigheid vormt de basis voor het latere rekenen. Veel van de rekenproblemen op de basisschool vanaf groep 3 blijken terug te voeren op onvoldoende ontwikkeld getalbegrip op kleuterniveau. Dossieronderzoek en informatie van leerkrachten wijzen bij kinderen met rekenproblemen op een problematische schoolloopbaan die veelal reeds begint in de kleuterperiode. Deze kinderen beginnen in groep 3 met een achterstand in begrip en vaardigheid aan het formele rekenen, met alle gevolgen van dien. Rekenoplossingsstrategieën van kleuters variëren sterk. Voornamelijk zwakke presteerders hebben ieder op hun manier verschillende instructiebehoefte en verschillen van elkaar in de mate waarin ze profiteren van hulp. Een probleem dat zich voordoet is dat de instructie van de leerkracht lang niet altijd in voldoende mate tegemoet komt aan de persoonlijke instructiebehoefte van menig zwakke leerling, met als gevolg dat het onderwijs onvoldoende aansluit bij de hiaten in kennis die kinderen kunnen vertonen.

Het signaleren van achterstand in de ontwikkeling van voorbereidende rekenvaardigheid
Ongeveer een kwart van de kinderen halverwege groep 2 blijkt componenten van voorbereidende rekenvaardigheid, zoals één-één-correspondentie leggen en ordenen, maar in het bijzonder ook ordenend, resultaatief en verkort tellen, onvoldoende te beheersen. Halverwege groep 3 geldt dat nog altijd voor ruim 10% van de kinderen. De redenen hiervoor, zowel in het kind zelf gelegen als daarbuiten, zijn zoals hiervoor aangegeven zeer divers. Vanuit het oogpunt dat vroegtijdige onderkenning ook vroegtijdige interventie en preventie mogelijk maakt is in de jaren negentig de Utrechtse Getalbegrip Toets (UGT) ontwikkeld. Een herziene (Revised) versie van de UGT, de UGT-R, is in 2009 uitgekomen. De praktijk laat zien dat met een toets als deze bij kleuters kan worden nagegaan in welke mate de verschillende aspecten van voorbereidende rekenvaardigheid tot ontwikkeling zijn gekomen.

Ondersteuning aan kleuters met een verminderd getalbegrip

Er bestaan aanzienlijke individuele verschillen in de ontwikkeling van voorbereidende rekenvaardigheid bij kinderen in de kleuterleeftijd. Hoewel er wel aandacht is voor individuele verschillen en adaptief onderwijs, vindt een gerichte interventie bij zwak presterende leerlingen vooral pas plaats vanaf groep 3 of in veel gevallen zelfs nog later. De vraag is evenwel gerechtvaardigd of dit niet al eerder in de schoolloopbaan zou moeten plaatsvinden.



Het rekenwiskundeonderwijs aan kleuters

Een belangrijke constatering van de Adviesraad voor het Basisonderwijs in Nederland luidde dat “De voorbereidende rekenprogramma’s zich meestal op de bekende ‘piagetiaanse operaties’ richten, aangevuld met noties uit het werk van Sovjetpsychologen met betrekking tot het meten als basis van het getalbegrip”. Sinds 1990 is hierin weliswaar enige verandering gekomen en heeft het tellen meer aandacht gekregen, maar nog niet in de mate en vorm die op theoretische en empirische gronden wenselijk wordt geacht. In huidige (voorlopers van) rekenmethoden, zoals: Pluspunt, Wis en Reken, Talrijk, en Wereld in Getallen, zijn activiteiten als classificeren, sorteren of tellen weliswaar naast elkaar opgenomen in de specifiek voor kleuters bedoelde onderdelen, maar een expliciete ontwikkelingslijn ontbreekt. Bovendien ontbreekt (grotendeels) een mogelijkheid om tussen kinderen te differentiëren naar meer complexe of eenvoudiger taakjes. Verder zijn het in de meeste methoden de kinderen zelf die de relaties tussen de rekentaken en oplossingsstrategieën moeten ontdekken.

Echter, rekenzwakke kleuters hebben grote problemen met het ontdekken van verbanden tussen bijvoorbeeld verschillende telvaardigheden en de manier waarop deze toegepast kunnen worden in allerlei probleemsituaties. Juist voor deze groep is over het algemeen weinig aandacht in de methoden en ontbreken extra oefenactiviteiten en specifieke instructies of hulpsuggesties voor de leerkracht. Hetzelfde geldt met betrekking tot ondersteunend concreet materiaal. In de gevallen dat voor de groepen 1 en 2 methodedelen voor rekenwiskunde zijn ontwikkeld, vooruitlopend op bestaande methodeonderdelen voor de hogere groepen, blijkt slechts een beperkt aantal leerkrachten hiervan systematisch gebruik te maken. Als belangrijkste redenen hiervoor worden genoemd tijdgebrek en onduidelijke richtlijnen voor het geven van instructie. Rekenzwakke leerlingen hebben echter behoefte aan systematische en gerichte ondersteuning, in ieder geval vanaf halverwege groep 2 maar bij voorkeur nog eerder.

De remediëring van vroege rekenproblemen bij kleuters

Om rekenzwakke kleuters expliciete kennis bij te brengen die hun voorbereidende rekenvaardigheid aanvult, zijn specifieke programma’s ontwikkeld, zoals ‘Als speciale kleuter tel je ook mee!’ en ‘De rekenhulp voor kleuters.’ Meer informatie over de toets en de programma’s is te vinden op www.graviant.nl. De boodschap mag duidelijk zijn: als we willen dat kinderen zonder problemen aan het rekenonderwijs in groep 3 kunnen beginnen dan is een adequate voorbereidende rekenvaardigheid in casu getalbegrip op kleuterniveau noodzakelijk. Het is aan het onderwijs hier op gepaste wijze invulling aan te geven. Voor het merendeel geldt dat het onderwijs kan blijven zoals het was, maar voor hooguit 7 een kwart van de kinderen geldt dat ze een expliciet aanbod en instructie nodig hebben om het gewenste instapniveau voor groep 3 te kunnen bereiken. Voor de één meer dan voor de ander betekent dit soms zelfs intensieve hulp middels specifieke instructie en een programma op maat.

Colofon

Het artikel “Ontwikkeling van tellen en getalbegrip bij kleuters” (juni 2009) is een bijdrage van Prof. Dr J.E.H. van Luit, en een uitgave van Projectbureau Kwaliteit voor de implementatiekoffer van site www.schoolaanzet.nl en www.rekenpilots.nl. Het Projectbureau Kwaliteit draagt zorg voor de uitvoering van Spoor 3 en 4 van de Kwaliteitsagenda PO Scholen voor morgen. Dit gebeurt onder verantwoordelijkheid van de PO Raad en samen met het Ministerie van OCW.